مسابقة في مادة الفيزياء
المدة: ثلاث ساعات

الاسم:
الرقم:

Cette épreuve est formée de quatre exercices répartis sur quatre pages numérotées de 1 à 4
<u>L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé</u>

Premier exercice (7 ½ pts) — Solide en rotation

On dispose d'une tige rigide AB, de masse négligeable et de longueur AB = L = 80 cm, pouvant tourner autour d'un axe horizontal (Δ) perpendiculaire à la tige et passant par son milieu O. Sur cette tige peuvent coulisser deux particules identiques, chacune de masse m = 10 g. Prendre $g = 10\ m/s^2$ et $0{,}32\pi = 1$.

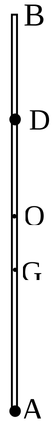

Fig.1

I- Travail du couple de frottement

On fixe une des deux particules à l'extrémité A de la tige et l'autre au point D, à une distance $\frac{L}{4}$ de O.

G étant le centre de gravité du dispositif (S) formé par la tige et les deux particules, on pose OG = a et on prend comme niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur, le plan horizontal passant par G quand (S) est dans sa position d'équilibre stable. (Fig.1)

1) Montrer que $a = \frac{L}{8}$.

2) (S) est dans sa position d'équilibre stable. À la date $t_0 = 0$, on communique à (S) une énergie cinétique initiale $E_0 = 1{,}95 \times 10^{-4}$ J ; (S) oscille alors autour de (Δ), de part et d'autre de sa position d'équilibre stable. À une date t, OG fait avec la verticale passant par O un angle θ.

a) On néglige les frottements. Montrer que :

i. l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur du système [(S), Terre] est $E_{PP} = 2mga(1-\cos\theta)$;

ii. la valeur de l'énergie mécanique du système [(S), Terre] est E_0 ;

iii. la valeur de l'amplitude angulaire du mouvement de (S) est $\theta_m = 8^o$.

b) En réalité, les forces de frottement constituent un couple de moment $\mathcal{M}$ par rapport à (Δ).

On suppose que $\mathcal{M}$ est constant. La mesure de la première élongation maximale de (S) est alors $\theta_{1m} = 7°$ à la date t_1.

i. Déterminer l'expression donnant la variation de l'énergie mécanique du système [(S), Terre] entre t_0 et t_1, en fonction de m, g, a, θ_{1m} et E_0.

ii. En déduire la valeur W du travail de $\mathcal{M}$ entre t_0 et t_1.

II- Moment du couple de frottement

On fixe une particule à chaque extrémité de la tige. À la date $t_0 = 0$, on lance (S) à la vitesse $N_0 = 1$ t/s ; $\mathcal{M}$ garde toujours la même valeur que précédemment (Fig.2).

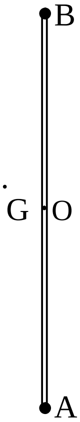

Fig.2

1) Montrer que le moment d'inertie de (S) par rapport à (Δ) est $I = 32 \times 10^{-4}\ kg.m^2$.

2) Montrer que la valeur du moment cinétique de (S) par rapport à (Δ), à $t_0 = 0$, est $\sigma_0 = 2\times10^{-2}\ kg.m^2/s$.

3) **a)** Nommer les forces extérieures appliquées à (S).

b) Montrer que la valeur du moment résultant de ces forces, par rapport à (Δ), est égale à $\mathcal{M}$.

c) Trouver, en appliquant le théorème du moment cinétique, l'expression du moment cinétique σ de (S) par rapport à (Δ), en fonction de $\mathcal{M}$, t et σ_0.

4) Lancé à la vitesse $N_0 = 1$ t/s, (S) s'arrête à la date t' = 52,8 s. Déterminer alors la valeur de $\mathcal{M}$.

III- Relation entre W et $\mathcal{M}$

En se référant aux parties I et II, vérifier que le travail W vaut $W = \mathcal{M}.\ \theta_{1m}$.

<u>Deuxième exercice</u> **(6 ½ pts)** **Énergie dissipée au cours de la charge d'un condensateur**

Le but de l'exercice est de déterminer l'énergie dissipée, par effet Joule, au cours de la charge d'un condensateur.

On charge un condensateur de capacité $C = 5 \times 10^{-3}$ F, initialement non chargé, à l'aide d'un générateur idéal de tension continue de f.é.m. E à travers un conducteur ohmique de résistance $R = 200\ \Omega$ (Fig.1).

On ferme l'interrupteur K à l'instant $t_0 = 0$. Le circuit est alors parcouru par un courant d'intensité i à la date t.

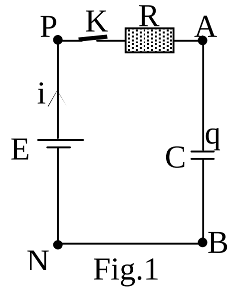

Fig.1

I- Exploitation d'un oscillogramme

Un oscilloscope fournit l'évolution de la tension $u_R = u_{PA}$ aux bornes du conducteur ohmique et celle de la tension $u_C = u_{AB}$ aux bornes du condensateur.

On obtient l'oscillogramme de la figure 2.

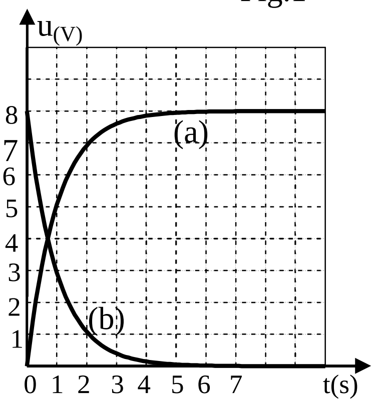

Fig.2

1) La courbe (b) représente l'évolution de u_R en fonction du temps. Pourquoi ?
2) En se référant à l'oscillogramme, déterminer:
   a) la valeur de E ;
   b) la valeur maximale I de i ;
   c) la constante de temps τ du dipôle RC.
3) Donner la durée au bout de laquelle la charge sera pratiquement complète.

II- Étude théorique de la charge

1) Montrer que l'équation différentielle en u_C s'écrit : $E = RC\dfrac{du_C}{dt} + u_C$.
2) Cette équation admet une solution de la forme $u_C = A\,e^{\frac{-t}{\tau}} + B$ où A, B et τ sont des constantes.
   a) Déterminer, à partir de l'équation différentielle, l'expression de B en fonction de E et celle de τ en fonction de R et C.
   b) En tenant compte de la condition initiale, déterminer l'expression de A en fonction de E.
3) Montrer que $i = \dfrac{E}{R}\,e^{\frac{-t}{\tau}}$.

III- Étude énergétique de la charge

1) Calculer la valeur de l'énergie électrique W_C emmagasinée dans le condensateur en fin de charge.
2) La puissance électrique instantanée délivrée par le générateur à la date t est $p = \dfrac{dW}{dt} = Ei$ où W est l'énergie électrique délivrée par le générateur entre les dates t_0 et t.
   a) Montrer que la valeur de l'énergie électrique délivrée par le générateur au cours de la charge complète est 0,32 J.
   b) Déduire alors l'énergie dissipée par effet Joule dans le conducteur ohmique.

<u>Troisième exercice</u> (6 ½ pts) Énergie d'ionisation

Données: 1 eV = $1{,}6 \times 10^{-19}$ J ; constante de Planck : h = $6{,}62 \times 10^{-34}$ J.s;
célérité de la lumière dans le vide : c = 3×10^{8} m.s^{-1}.

Le but de cet exercice est de comparer l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène à celle de l'ion hélium He^{+} et à celle de l'ion lithium Li^{2+} <u>portant chacun un seul électron périphérique</u>. Les niveaux d'énergie quantifiés de chacun d'eux sont donnés par l'expression $E_n = -\dfrac{E_0}{n^2}$ où E_0 est l'énergie d'ionisation et n un entier positif non nul.

I - **Interprétation de l'existence des raies**

1) À quoi est due la présence d'une raie dans un spectre d'émission d'un atome ou d'un ion?
2) Expliquer brièvement le terme « niveaux d'énergie quantifiés ».

3) Une transition d'un niveau m à un niveau p (p < m) peut-elle se faire par absorption ou par émission d'un photon ? Pourquoi ?

II - Spectre de l'atome d'hydrogène

Pour l'atome d'hydrogène $E_0 = 13{,}6\ \text{eV}$.

1) Un atome d'hydrogène, se trouvant dans son état fondamental, interagit avec un photon d'énergie 14 eV.

a) Pourquoi ?

b) Une particule est alors libérée. Nommer cette particule et calculer son énergie cinétique.

2) **a)** Montrer que les longueurs d'onde λ des radiations émises par l'atome d'hydrogène s'expriment par: $\frac{1}{\lambda} = R_1\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{m^2}\right)$ où m et p sont deux entiers positifs tels que m > p et R_1 est une constante positive dont on déterminera l'expression en fonction de E_0, h et c.

b) Vérifier que $R_1 = 1{,}096 \times 10^7\ \text{m}^{-1}$.

III - Spectre de l'ion hélium He^+

Le spectre de l'ion He^+ comporte, entre autres, deux raies dont les inverses des longueurs d'onde $\frac{1}{\lambda}$ sont respectivement égales à $3{,}292 \times 10^7\ \text{m}^{-1}$ et $3{,}901 \times 10^7\ \text{m}^{-1}$. Ces raies correspondent, respectivement, aux transitions : (m = 2 $\longrightarrow$ p = 1) et (m = 3 $\longrightarrow$ p = 1).

1) **a)** Montrer que les valeurs de $\frac{1}{\lambda}$ vérifient la relation $\frac{1}{\lambda} = R_2\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{m^2}\right)$ où R_2 est une constante positive.

b) Déduire que $R_2 = 4{,}389 \times 10^7\ \text{m}^{-1}$.

2) Trouver la relation entre R_2 et R_1.

IV - Spectre de l'ion lithium Li^{2+}

De même, l'ion Li^{2+} peut émettre des radiations dont les longueurs d'ondes λ sont données par $\frac{1}{\lambda} = R_3\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{m^2}\right)$ où m et p sont des entiers positifs tels que m > p et $R_3 = 9{,}860 \times 10^7\ \text{m}^{-1}$.

Trouver la relation entre R_3 et R_1.

V - Numéro atomique et énergie d'ionisation

Les numéros atomiques Z des éléments hydrogène, hélium et lithium sont respectivement 1, 2 et 3. Comparer l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène à celle de l'ion He^+ et à celle de l'ion Li^{2+}. Conclure.

Quatrième exercice (7 pts) Une analogie

Le but de l'exercice est de mettre en évidence l'analogie entre un oscillateur mécanique et un oscillateur électrique dans le cas des oscillations libres.

A- Oscillateur mécanique

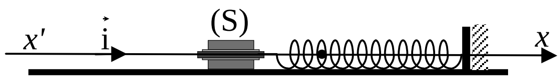

Fig.1

Un oscillateur mécanique horizontal est constitué d'un mobile (S) de masse m = 0,546 kg et d'un ressort à spires non jointives de constante de raideur k = 5,70 N.m^{-1} et de masse négligeable.

Le centre d'inertie G de (S) est initialement à sa position d'équilibre en O sur l'axe x'x.

(S), écarté de O d'une certaine distance, est abandonné sans vitesse à la date $t_0 = 0$. G effectue alors un mouvement rectiligne le long de l'axe x'x (fig.1). À une date t, son abscisse est x ($\overrightarrow{OG} = x\,\vec{i}$) et sa vitesse est $\vec{V}$ ($\vec{V} = V\vec{i} = \frac{dx}{dt}\vec{i}$).

Le plan horizontal contenant l'axe x'x est le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.

I - Étude générale

1) Écrire l'expression de l'énergie mécanique E_m du système (oscillateur, Terre) en fonction de m, k, x et V.

2) Déterminer l'expression donnant $\frac{dE_m}{dt}$, la dérivée de E_m par rapport au temps.

II- Oscillations libres non amorties

On néglige tous les frottements.

1) Établir l'équation différentielle du second ordre décrivant l'évolution de x en fonction du temps.

2) Déduire l'expression de la fréquence propre f_o de l'oscillateur et montrer que sa valeur est 0,51 Hz.

III- Oscillations libres amorties

En réalité, la force $\vec{F}$ due au frottement n'est pas négligeable et a pour expression : $\vec{F} = -\lambda\,\vec{V}$ à une date t, λ étant une constante positive.

1) Établir l'équation différentielle du second ordre décrivant l'évolution de x en fonction du temps sachant que $\dfrac{dE_m}{dt} = \vec{F}.\vec{V}$

2) La figure 2 montre les variations de x en fonction du temps.

a) Comment se manifeste l'effet de la force de frottement ?

b) Déterminer la pseudo- fréquence f des oscillations mécaniques.

c) Calculer la valeur de λ, sachant que f est donnée par l'expression :

$$f^{2} = (f_0)^2 - \frac{1}{4\pi^2}\left(\frac{\lambda}{2m}\right)^2 .$$

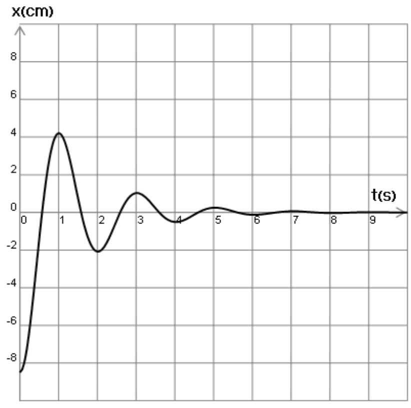

Fig.2

B- Oscillateur électrique

Cet oscillateur comporte, disposés en série, une bobine d'inductance L = 43 mH et de résistance r = 11 Ω, un conducteur ohmique de résistance R réglable, un interrupteur K et un condensateur de capacité C = 4,7 µF portant initialement la charge Q (Fig.3).

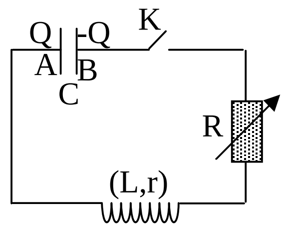

Fig. 3

On ferme l'interrupteur K à la date $t_0 = 0$. Le circuit est alors le siège d'oscillations électriques. À la date t, l'armature A porte la charge q et le circuit est parcouru par un courant d'intensité i (Fig.4).

1) Écrire l'expression de l'énergie électromagnétique E du circuit à la date t (énergie totale du circuit), en fonction de L, i, q et C.

2) Sachant que $\dfrac{dE}{dt} = -(R+r)i^2$, établir l'équation différentielle du second ordre qui décrit l'évolution de q en fonction du temps.

3) Donner l'expression de la fréquence propre f_0' des oscillations électriques et montrer que sa valeur est 354,2 Hz.

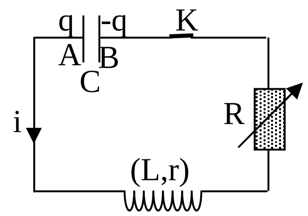

Fig. 4

4) La figure 5 donne les variations de q en fonction du temps.

a) À quoi est due la diminution de l'amplitude des oscillations avec le temps ?

b) Déterminer la pseudo-fréquence f' des oscillations électriques.

C- Une analogie

1) Faire correspondre à chacune des grandeurs mécaniques x, V, m, λ et k la grandeur électrique convenable.

2) a) Déduire la relation entre f', f_0', L et (R + r).

b) Calculer la valeur de R.

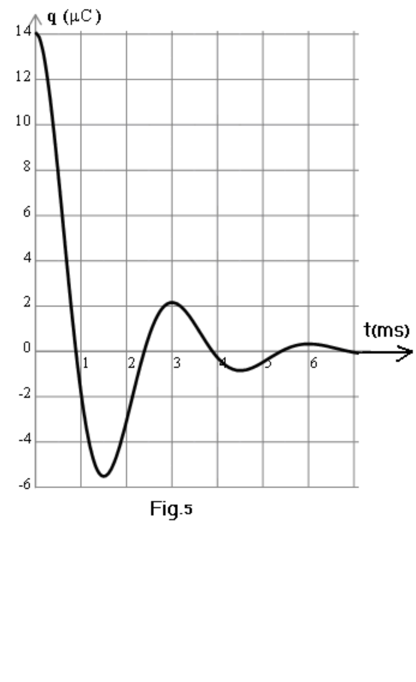

Fig.5

Solution

Premier exercice (7 ½ pts)

I- 1) a = OG = $\frac{m\frac{L}{2}-m\frac{L}{4}}{2m}=\frac{L}{8}$ **. (1/2 pt)**

2) a- i) $E_{PP} = M_t\, gh_G = 2mg\,(a - a\cos\theta) = 2mga(1-\cos\theta)$. **(1/2pt)**

ii) L'énergie mécanique se conserve car les frottements sont négligeables
$\Rightarrow E_{mi} = E_{mf} \Rightarrow E_m = E_{C0} + E_{PP0} = E_0 + 0$ (pour $\theta = 0$).**(1/2pt)**

iii) $E_{mi} = E_{mf} \Rightarrow 1{,}95\times10^{-4} = 2mg.a\,(1-\cos\theta_m) \Rightarrow \theta_m = 8^0$ **(1/2pt)**

b- i) $\Delta E_m = 2mga(1-\cos\theta_{1m}) - E_0$ **(1/2pt)**

ii) $W = \Delta E_m = 2\times0{,}01\times10\times0{,}1(1-0{,}99255) - 1{,}95\times10^{-4}$
$= 1{,}49\times10^{-4} - 1{,}95\times10^{-4} = -4{,}6\times10^{-5}$ J. **(1/2 pt)**

II- 1) $I = 2m\frac{L^2}{4} = 32\times10^{-4}$ kg.m^2. **(1/2 pt)**

2) $\sigma_0 = I\,\theta_0' = I\times2\pi N_0 = 2\times10^{-2}$ kg.m^2/s. **(3/4pt)**

3) a) Les forces appliquées à (S) sont : le poids $\mathbf{2}\,m\vec{g}$
réaction $\vec{R}$ de l'axe (Δ) et le couple de frottement. **(1/2pt)**

b) $\Sigma\mathcal{M}/\Delta = \mathcal{M}(\vec{R})/\Delta + M(\mathbf{2}\,m\vec{g})/\Delta + \mathcal{M}$ (du couple) $/\Delta$;
or $\mathcal{M}(\vec{R}) = \mathcal{M}$ (poids) = 0 (car les deux forces rencontrent l'axe) ;
$\Rightarrow \Sigma\mathcal{M} = \mathcal{M}$ **(1/2pt)**

c) $\frac{d\sigma}{dt} = \Sigma\mathcal{M} = \mathcal{M} \Rightarrow \sigma = \mathcal{M}\,t + \sigma_0$. **(1 pt)**

4) $\theta' = 0 \Rightarrow \sigma = 0 = \mathcal{M}\,t' + \sigma_0 \Rightarrow \mathcal{M} = -\frac{\sigma_0}{t'} = -3{,}78\times10^{-4}$ m.N. **(¾ pt)**

III- $\mathcal{M}\,\theta = -3{,}78\times10^{-4}\times\frac{7\times\pi}{180} = -4{,}6\times10^{-5}$ J et $W = -4{,}6\times10^{-5}$ J
$\Rightarrow W = \mathcal{M}\,\theta$ (θ en rad). **(1/2 pt)**

Deuxième exercice (6 ½ pts)

I- 1) Le courant i diminue avec le temps, [ou à la fin de charge i = 0] $\Rightarrow$ la tension $u_R = Ri$ est représentée par la courbe (b). **(1/2 pt)**

2) a) Explication : à la fin de la charge $u_C = E$; $E = 8$ V. **(1/2 pt)**

b) $RI = 8 \Rightarrow I = \frac{8}{200} = 0{,}04$ A. **(1/2 pt)**

c) Méthode **(1/2 pt)** $\tau = 1$s. **(1/4 pt)**

3) $5\tau = 5$ s **(1/4 pt)**

II- 1) $u_R = Ri = R\frac{dq}{dt} = RC\frac{du_C}{dt}$; alors $E = u_R + u_C = RC\frac{du_C}{dt} + u_C$ **(1/2 pt)**

2) a) $u_C = A\,e^{-\frac{t}{\tau}} + B \Rightarrow (-\frac{RCA}{\tau})\,e^{-\frac{t}{\tau}} + A\,e^{-\frac{t}{\tau}} + B = E \Rightarrow B = E$ et $\tau = RC$ **(1 pt)**

b) Pour t = 0 $u_C = 0 = A + B \Rightarrow A = - B = - E$. **(1/2 pt)**

3) $u_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ alors $i = C\frac{du_C}{dt} = C\frac{E}{RC}\,e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}\,e^{-\frac{t}{\tau}}$. **(1/2 pt)**

III- 1) $W_C = \frac{1}{2}C\,E^2 = 0{,}16$ J **(1/2 pt)**

2) a) $\frac{dW}{dt} = Ei \Rightarrow W$ = primitive de Ei = primitive de $E\,\frac{E}{R}\,e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow$

$W = -CE^2\,e^{\frac{-t}{\tau}} + \text{cte}$.

Pour t = 0, l'énergie électrique délivrée par le générateur est nulle $\Rightarrow$

cte = $CE^2 \Rightarrow$ l'expression de l'énergie dissipée en fonction du temps est :

$W = CE^2(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$.

Pour t = 5RC (ou $t \to \infty$), $1 - e^{\frac{-t}{\tau}} \to 1$ et $W = CE^2 = 0{,}32$ J **(3/4 pt)**

b) $W_R = W_e - W_C = CE^2 - \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}CE^2 = 0{,}16$ J **(1/4 pt)**

Troisième exercice (6 ½ pts)

I -

1) La présence d'une raie dans un spectre d'émission est due au photon, de longueur d'onde déterminée, que l'atome peut émettre par transition d'un niveau d'énergie à un autre d'énergie inférieure. **(1/2 pt)**

2) L'énergie d'un atome ne peut prendre que des valeurs déterminées. **(1/2 pt)**

3) $E_P < E_m \Rightarrow$ l'atome perd de l'énergie par émission d'un photon. **(1/2 pt)**

II - 1) a) L'énergie du photon (14 eV) est supérieure à l'énergie d'ionisation (13,6 eV) . **(1/4 pt)**

b) Élecron ; $E_C = 14 – 13{,}6 = 0{,}4$ eV. **(1/2 pt)**

2) a) Quand un atome d'hydrogène passe d'un niveau m à un niveau inférieur p, il émet un photon d'énergie $h\nu = \frac{hc}{\lambda} = E_m - E_p = -\frac{E_0}{m^2}+\frac{E_0}{p^2} \Rightarrow$

$\frac{1}{\lambda}=\frac{E_0}{hc}(\frac{1}{p^2}-\frac{1}{m^2})$ qui s'écrit sous la forme $\frac{1}{\lambda}=R_1(\frac{1}{p^2}-\frac{1}{m^2})$ avec $R_1= \frac{E_0}{hc}$ **(1 ¼ pt)**

b) $R_1= \frac{E_0}{hc} = \frac{13{,}6\times1{,}6\times10^{-19}}{6{,}62\times10^{-34}\times3\times10^{8}}=1{,}096\times10^{7}\ m^{-1}$. **(1/2 pt)**

III - 1) a) On peut écrire : $R_2=\frac{1}{\lambda(\frac{1}{p^2}-\frac{1}{m^2})}$

Pour p = 1 et m = 2 on a $\frac{3{,}292\times10^{7}}{(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2})} = 4{,}389 \times10^{7}\ m^{-1}$

Pour p = 1 et m = 3 on a $\frac{3{,}901\times10^{7}}{(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{3^2})} = 4{,}389 \times10^{7}\ m^{-1}$

La valeur de $\frac{1}{\lambda(\frac{1}{p^2}-\frac{1}{m^2})}$ est la même pour les deux transitions. **(1 pt)**

b) Le calcul montre que $R_2 = 4{,}389\times10^{7}\ m^{-1}$. **(1/4 pt)**

2) $\frac{R_2}{R_1} = 4$ **(1/4 pt)**

IV - $\frac{R_3}{R_1} = 9$. **(1/4 pt)**

V- Lorsque Z augmente, R augmente et puisque $R = \frac{E_0}{hc} \Rightarrow$L'énergie d'ionisation E_0 augmente lorsque Z augmente. **(3/4 pt)**

Quatrième exercice (7 pts)

A- I- 1) $E_m = ½\, mV^2 + ½\, kx^2$ **(1/4 pt)**

2) $\frac{dE_m}{dt} = mx'x'' + kxx'$ **(1/4 pt)**

II- 1) Dans ce cas $\frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow x'' + \frac{k}{m}x = 0$ **(1/4 pt)**

2) La pulsation propre des oscillations est $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow$ la fréquence propre est

$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$. **(1/2 pt)**

$f_0 = 0{,}51$ Hz. **(1/4 pt)**

III- 1) $\frac{dE_m}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{V} \Rightarrow mx'x'' + kxx' = -\lambda x'x' \Rightarrow x'' + \frac{\lambda}{m}x' + \frac{k}{m}x = 0$. **(1/2 pt)**

2) a) L’effet de la force de frottement est une diminution de l’amplitude **(1/4 pt)**

b) La pseudo-période est T = 2 s $\Rightarrow$ f = 0,5 Hz. **(1/2 pt)**

c) $\lambda = 0{,}685$ kg/s. **(1/2 pt)**

B-1) $E = ½\, Li^2 + ½\, \frac{q^2}{C}$. **(1/4 pt)**

2) $\frac{dE}{dt} = -(R+r)i^2 \Rightarrow Lii' + \frac{1}{C}qq'$; avec $i = -q'$ et $i' = -q''$ on a :

$Lq'q'' + \frac{1}{C}qq' = -(R+r)(q')^2 \Rightarrow q'' + \frac{(R+r)}{L}q' + \frac{1}{LC}q = 0$. **(1/2 pt)**

3) $f'_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. $f'_0 = 354{,}2$ Hz. **(1/2 pt)**

4) a) Elle est due à la perte de l'énergie du circuit par effet Joule. **(1/4 pt)**

b) T = 3 ms $\Rightarrow$ f’ = 333,3 Hz. **(1/2 pt)**

C –

1) x ---------> q **(1/4 pt)**

V----------> i **(1/4 pt)**

m ---------> L **(1/4 pt)**

λ ---------> (R+r) **(1/4 pt)**

k ---------> $\frac{1}{C}$ **(1/4 pt)**

2) a) $f'^2 = (f'_0)^2 - \frac{1}{4\pi^2}\left(\frac{R+r}{2L}\right)^2$ **(1/4 pt)**

b) R = 54 Ω. **(1/4 pt)**