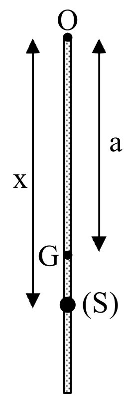
مسابقة في مادة الفيزياء
المدة: ثلاث ساعات

الاسم:
الرقم:

Cette épreuve, formée de quatre exercices obligatoires, est constituée de quatre pages numérotées de 1 à 4.
Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Premier exercice : (7 pts)

Oscillations mécaniques



Le but de cet exercice est d'étudier la réponse d'un pendule simple aux excitations imposées par un pendule composé de période réglable.

Dans ce but, on dispose d'un pendule simple (R) et d'un pendule composé (E). (R) est muni d'une plaque, de masse négligeable, permettant de régler l'amortissement dû à l'air. (E) est constitué d'une tige homogène de longueur $\ell = 1$ m, de masse M et de section négligeable, le long de laquelle peut coulisser un solide (S), supposé ponctuel et de masse M' = M.

(E) peut osciller autour d'un axe horizontal (Δ) perpendiculaire à la tige et passant par son extrémité supérieure O (figure) .

G est le centre de gravité du pendule composé ainsi constitué et I le moment d'inertie de ce pendule par rapport à (Δ). On pose OG = a et on désigne par x la distance entre la position de (S) et O.

Prendre : $g = 10$ m/s^2 ; $\pi^2 = 10$; $\sin\theta \approx \theta$ rad pour $\theta \leq 10^0$.

A- Étude théorique

Le pendule (E) est écarté de sa position d'équilibre stable d'un petit angle puis il est abandonné à lui-même, sans vitesse initiale, à la date $t_0 = 0$. (E) commence à osciller de part et d'autre de sa position d'équilibre stable. On néglige tous les frottements.

À une date t, OG fait avec la verticale passant par O un angle θ et (E) possède une vitesse angulaire θ'. Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par O.

1- Montrer que l'expression de l'énergie mécanique du système [(E)-Terre] s'écrit :

$E_m = \frac{1}{2} I \theta'^2 - 2Mga\cos\theta$.

2- Déterminer l'équation différentielle du second ordre en θ qui régit le mouvement de (E) pour les petites oscillations ($\theta \leq 10^o$).

3- **a**) Montrer que l'expression de a s'écrit : $a = \frac{\ell + 2x}{4}$.

b) Le moment d'inertie de la tige seule par rapport à (Δ) est: $I_1 = M\frac{\ell^2}{3}$.

Montrer que l'expression du moment d'inertie I s'écrit: $I = \frac{M(\ell^2 + 3x^2)}{3}$.

4- Montrer que l'expression de la période propre T de (E) , en fonction de x, peut se mettre sous la forme $T = \sqrt{\frac{8(1+3x^2)}{3(1+2x)}}$.

B- Étude expérimentale

1- Le pendule (R) est considéré seul. On l'écarte d'un angle faible, à partir de sa position d'équilibre, et on le lâche sans vitesse initiale. La mesure de la durée t_1 de 10 oscillations donne t_1= 16,6 s. Calculer la durée T' d'une oscillation.

2- On réalise maintenant, à l'aide d'un ressort, un couplage entre (E) et (R) qui sont initialement au repos. Pour chaque valeur de x, le pendule (E) est écarté d'un angle faible de sa position d'équilibre et puis il est abandonné sans vitesse initiale ; il fait alors osciller (R). On suppose que (E) oscille avec une période égale à sa période propre T.

En faisant varier x, on constate que l'amplitude θ_m des oscillations de (R) varie.

a) Les oscillations de (R) sont dites forcées. Comparer alors, pour chaque valeur de x, la période des oscillations de (R) à celle de (E).

b) **i)** On donne à x la valeur 0,3 m. En régime permanent, (R) effectue des oscillations de période T_1 et d'amplitude θ_{m1} . Calculer la valeur de T_1.

ii) On donne à x la valeur 0,65 m. En régime permanent, (R) effectue des oscillations de période $T_2 = 1{,}62$ s et d'amplitude θ_{m2}. Comparer, en le justifiant, θ_{m1} et θ_{m2}.

c) Pour une certaine valeur de x, et en régime permanent, (R) oscille avec une amplitude maximale $\theta_{m(max)}$.

i) Nommer le phénomène mis alors en évidence.

ii) Déterminer la valeur de x.

d) Tracer l'allure de la courbe donnant les variations de l'amplitude θ_m des oscillations de (R) en fonction de la période T de (E).

e) La plaque de (R) est disposée de façon à augmenter légèrement le frottement avec l'air. Tracer, sur le même système d'axes de la question (d), l'allure de la courbe donnant les variations de l'amplitude θ_m des oscillations de (R) en fonction de la période T de (E).

<u>Deuxième exercice</u> : (7 pts)

Dispositif d'allumage dans une voiture

L'étude du dispositif d'allumage dans certaines voitures se ramène à l'étude d'un circuit série comportant une bobine (B) d'inductance L et de résistance r, un conducteur ohmique de résistance R, un ampèremètre (A) et un interrupteur K, placés aux bornes d'un générateur (G) présentant entre ses bornes M et N une tension $u_{MN} = E = 12$ V (Figure1).

On ferme l'interrupteur K à la date $t_0 = 0$.

À la date t, le circuit est parcouru par un courant d'intensité i.

On visualise, à l'aide d'un oscilloscope, la tension u_{MN} sur la voie Y_1 et la tension u_{CN} sur la voie Y_2 . Les oscillogrammes sont représentés sur la figure 2.

La sensibilité verticale sur les deux voies est : 2 V / div.

La sensibilité horizontale est 1 ms /div.

En régime permanent, l'ampèremètre indique $I_0 = 0{,}2$ A.

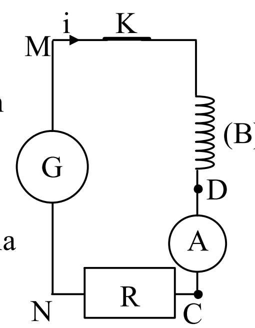
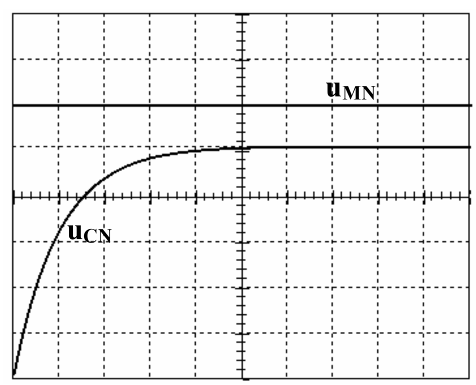


Figure 1



0 Volt **Figure 2**

1- Reproduire la figure 1 en indiquant le branchement de l'oscilloscope.

2- **a)** Établir l'équation différentielle qui régit l'évolution de l'intensité i en fonction du temps.

b) i) Montrer qu'en régime permanent: $E = (R + r)\, I_0$ et $u_{MD} = rI_0$.

ii) En utilisant les oscillogrammes et le résultat précédent, déterminer R et r.

3- **a) i)** Montrer, en utilisant l'équation différentielle précédente, que la tension u_{CN} vérifie la relation $\frac{RE}{L} = \frac{du_{CN}}{dt} + \frac{R+r}{L} u_{CN}$

ii) Déduire l'expression de $\frac{du_{CN}}{dt}$, en fonction de R, E et L, à la date $t_0 = 0$.

iii) La constante de temps τ est l'abscisse du point d'intersection de la tangente à l'origine de la courbe u_{CN} et de l'asymptote à cette courbe. Montrer que l'expression de τ est : $\tau = \frac{L}{R+r}$.

b) Montrer, en utilisant un des oscillogrammes, que la valeur de τ est 1 ms.

c) Déduire la valeur de L.

4- Déterminer l'énergie maximale emmagasinée par la bobine (B).

5- Le circuit précédent (dispositif d'allumage) sert, par l'intermédiaire de l'interrupteur, à alimenter les bougies de la voiture, à des dates bien déterminées, avec de l'énergie nécessaire au fonctionnement normal du moteur. L'expression de l'intensité i, dans le circuit, s'écrit : $i = I_0\,(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$. On définit le « taux de remplissage » de la bobine, par le rapport de l'énergie emmagasinée par la bobine à une date donnée à l'énergie maximale qu'elle peut emmagasiner. Déterminer la durée minimale de fermeture de l'interrupteur pour que la bobine ait un taux de remplissage au moins égal à 90,3 %.

Troisième exercice : (7 pts)

Oscillations électromagnétiques

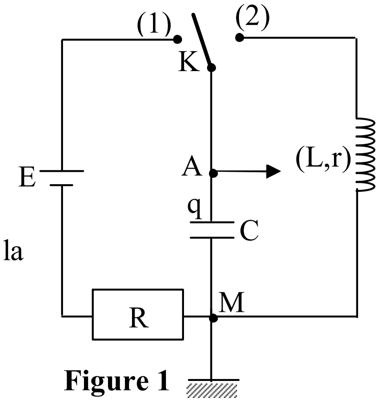


Figure 1

Un circuit oscillant est constitué d'un condensateur de capacité C =1µF et d'une bobine d'inductance L et de résistance r. Dans le but de déterminer L et r, on réalise le montage schématisé par la figure1. Le branchement d'un oscilloscope est indiqué sur cette figure. La f. é.m du générateur est : E = 10 V.

A- Charge du condensateur

L'interrupteur K est en position (1). Le condensateur est totalement chargé et la tension entre ses bornes est $u_{AM} = U_0$.

1- Déterminer la valeur de U_0.

2- Calculer l'énergie électrique emmagasinée par le condensateur.

B - Oscillations électromagnétiques

Le condensateur étant totalement chargé, on met l'interrupteur K en position (2) à la date $t_0 = 0$. À la date t, le circuit est parcouru par un courant d'intensité i et l'armature (A) porte la charge q.

I – Circuit idéal

Dans le circuit idéal, on néglige la résistance r de la bobine.

1- Reproduire la figure 1 en indiquant le sens arbitraire de passage du courant.

2- Établir l'équation différentielle qui régit l'évolution de la tension $u_{AM} = u_C$ aux bornes du condensateur en fonction du temps.

3- Déduire, alors, l'expression de la période propre T_0 des oscillations électriques en fonction de L et C.

4- Donner l'allure de la courbe représentant l'évolution de u_C en fonction du temps.

5- Préciser le régime des oscillations électriques établies dans le circuit.

II – Circuit réel

L'évolution de la tension $u_{AM} = u_C$ observée sur l'écran de l'oscilloscope est représentée par l'oscillogramme de la figure 2.

1- Préciser le régime des oscillations électriques établies dans le circuit.

2- En se référant à l'oscillogramme :

a) Donner la valeur de la pseudo-période T des oscillations électriques.

b) Vérifier que le rapport entre deux extremums positifs consécutifs de la tension u_C est sensiblement égal à une constante a (se limiter aux quatre premiers extremums).

3- On désigne par E_n et $E_{(n+1)}$ l'énergie électromagnétique de l'oscillateur électrique aux instants respectifs nT et (n+1)T (n est un entier positif).

a) L'énergie emmagasinée dans le circuit à l'instant où la tension u_C est maximale est électrique. Pourquoi ?

b) Établir l'expression du rapport $\frac{E_{(n+1)}}{E_n}$ en fonction de a.

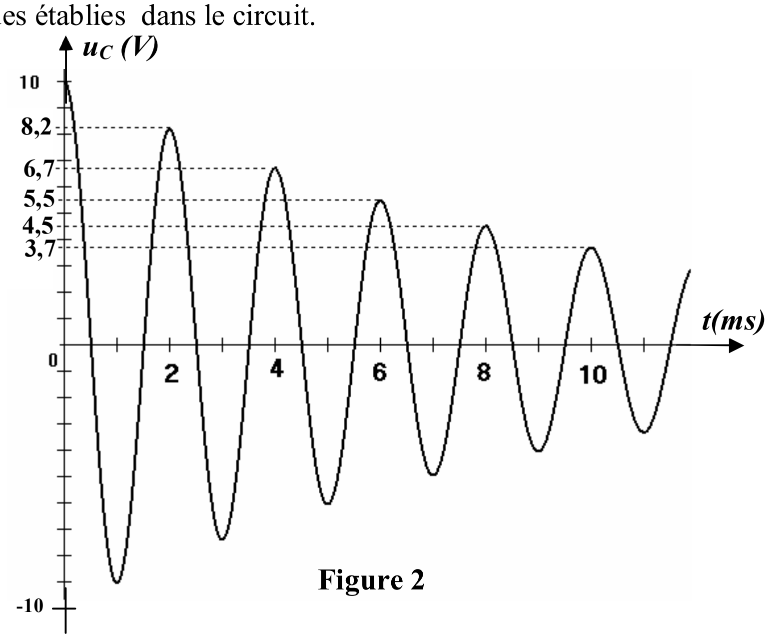


Figure 2

c) Déterminer L et r sachant que $\frac{E_{(n+1)}}{E_n} = e^{\frac{-r}{L}T}$ et que l'expression donnant la pseudo- période T est : $\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{4\pi^2}{T_o^2} - \frac{1}{4}(\frac{r}{L})^2$.

Quatrième exercice : (6 ½ pts)

Radioactivité

Le but de cet exercice est de mettre en évidence certaines caractéristiques du noyau de thorium 230 et son rôle dans la datation.

Données : célérité de la lumière dans le vide: $c = 3 \times 10^8$ ms^{-1}; $1eV = 1{,}6 \times 10^{-19}$ J;
nombre d'Avogadro: $N = 6{,}02 \times 10^{23}$ mol^{-1};
constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J.s; $1u = 931{,}5$ MeV/c^2 ;
masses des noyaux: $m\left({}^{A}_{88}Ra\right) = 225{,}9770$ u; $m({}^{230}_{Z}Th) = 229{,}9836$ u; $m(\alpha) = 4{,}0015u$.

A- Désintégration du noyau de thorium 230

Le noyau de thorium $({}^{230}_{Z}Th)$ est radioactif α . Le noyau fils est un isotope du radium$\left({}^{A}_{88}Ra\right)$.

1- **a)** Écrire l'équation de cette désintégration et déterminer A et Z.
b) Déterminer l'énergie libérée par la désintégration d'un noyau de thorium 230.

2- Une désintégration d'un noyau de thorium 230, au repos, s'effectue sans production de rayonnement γ. Le noyau fils $\left({}^{A}_{88}Ra\right)$ obtenu a une vitesse quasiment nulle. Déterminer, la valeur de l'énergie cinétique E_{C1} de la particule α émise.

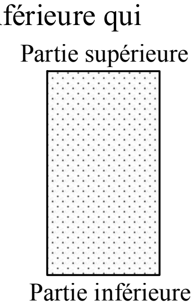
3- Une autre désintégration d'un noyau de thorium 230 est accompagnée de l'émission d'un rayonnement γ de longueur d'onde dans le vide 6×10^{-12} m.
a) Calculer l'énergie de ce rayonnement.
b) Déduire la valeur de l'énergie cinétique E_{C2} de la particule α émise.

4- Un échantillon de 1g de thorium 230, d'activité $A_0 = 7{,}2 \times 10^8$ désintégrations/s, est placé au voisinage d'une feuille d'aluminium à l'instant $t_0 = 0$. Les particules α sont arrêtées par la feuille d'aluminium tandis que les photons ne sont pas absorbés.
a) Déterminer, en joules, l'énergie W transférée à la feuille d'aluminium au bout de la première seconde sachant que 50% des désintégrations s'effectuent avec émission γ, et que l'activité A_o ne change pratiquement pas au bout de cette seconde.
b) Calculer le nombre des noyaux contenus dans 1g de thorium 230.
En déduire, en an^{-1}, la valeur de la constante radioactive λ du thorium 230.

B- Datation des sédiments marins

À cause du phénomène d'érosion, une partie des roches est entraînée dans les océans. Certaines de ces roches contiennent de l'uranium 234 $({}^{234}_{92}U)$ radioactif qui donne du thorium 230.

L'uranium 234 est soluble dans l'eau de mer, alors que le thorium ne l'est pas et s'accumule au fond des océans avec les autres sédiments.
Un spécimen de ces accumulations, ayant la forme d'un cylindre, est prélevé au fond de l'océan.
Ce spécimen est constitué d'une partie supérieure qui vient d'être formée et d'une autre partie inférieure qui s'est formée depuis un temps t (figure ci-contre).
On prélève un échantillon (a) de la partie supérieure et un autre (b) de la partie inférieure, ces deux échantillons ayant la même masse. (a) produit 720 désintégrations/s et (b) 86,4 désintégrations/s. Déterminer t en années.



<u>Premier exercice</u> : (7 pts)

A- 1- $E_m = E_C + E_{PP}$; $E_C = \frac{1}{2} I \theta'^2$; $E_{PP} = -2Mgh_G$ avec $h_G = a\cos\theta$ **(3/4 pt)**

2- $\frac{dE_m}{dt} = 0 = I\theta'\theta'' + 2Mga\theta'\sin\theta$; pour $\theta \leq 10^o$ on a : $\theta'' + \frac{2Mga}{I}\theta = 0$ **(3/4pt)**

3- a) $OG = a = \frac{\frac{M\ell}{2} + Mx}{2M} = \frac{\ell + 2x}{4}$ **(1/2pt)**

b) $I = I(\text{tige}) + I(S) = \frac{M\ell^2}{3} + Mx^2 = \frac{M(\ell^2 + 3x^2)}{3}$ **(1/2pt)**

4- $\omega^2 = \frac{2Mga}{I}$ et $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{2Mga}} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{8(1+3x^2)}{3(1+2x)}}$ **(1pt)**

B- 1) $T' = \frac{16,6}{10} = 1,66 s$ **(1/4pt)**

2) a) $T' = T$ **(1/2pt)**

b) i) $T_1 = T = \sqrt{\frac{8(1+3x^2)}{3(1+2x)}}$. Pour $x = 0,3$ m $\Rightarrow T_1 = 1,45$ s **(1/2pt)**

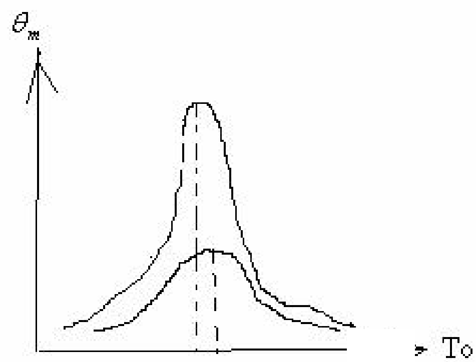
ii) Comme T_2 est plus proche de T' que T_1, alors $\theta_{m2} > \theta_{m1}$ **(1/2 pt)**

c) i) La résonance **(1/4pt)**

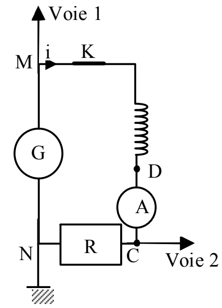
ii) À la résonance $T = T' \Rightarrow \sqrt{\frac{8(1+3x^2)}{3(1+2x)}} = 1,66$

$\Rightarrow 24x^2 - 16,53x - 0,27 = 0 \Rightarrow x = 0,7$ m **(1pt)**

d) ; e) **(1/2pt)**



Deuxième exercice : (7 pts)



1) Branchement de l'oscilloscope. **(1/2 pt)**

2) **a)** $u_{MN} = u(B) + u(R)$ **(1/4pt)**

$E = ri + L\frac{di}{dt} + Ri = (R+r)i + L\frac{di}{dt}$

b) i) En régime permanent, $i = cte = I_0 \Rightarrow \frac{di}{dt} = 0$

$\Rightarrow E = (R+r)\, I_0$ et $u_{MD} = rI_0$ **(1/2pt)**

ii) $R + r = \frac{E}{I_0} \Rightarrow R + r = 60\ \Omega$.

$U_0 = R\, I_0$, $U_0 = 5\times 2 = 10\ V \Rightarrow R = 50\ \Omega$; $\Rightarrow r = 10\Omega$ **(1 pt)**

3) **a) i)** $u_{CN} = u_R = Ri \Rightarrow i = \frac{u_{CN}}{R}$ et $\frac{di}{dt} = \frac{1}{R}\times\frac{du_{CN}}{dt}$.

$E = (R+r)\times\frac{u_{CN}}{R} + \frac{L}{R}\frac{du_{CN}}{dt} \Rightarrow \frac{RE}{L} = \frac{du_{CN}}{dt} + \frac{(R+r)}{L}\, u_{CN}$ **(3/4pt)**

ii) à t = o, $u_{CN} = 0 \Rightarrow \left(\frac{du_{CN}}{dt}\right)_{t=0} = \frac{RE}{L}$ **(1/2 pt)**

iii) $\left(\frac{du_{CN}}{dt}\right)_{t=0}$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de u_{CN} ; donc

$\left(\frac{du_{CN}}{dt}\right)_{t=0} = \frac{U_0}{\tau} \Rightarrow \frac{RE}{L} = \frac{U_0}{\tau} \Rightarrow \tau = L\,\frac{U_0}{RE}$.

Soit $\tau = \frac{LI_0R}{[R(R+r)I_0]} = \frac{L}{(R+r)}$. **(1 pt)**

b) Explication de la méthode utilisée. **(1/4pt)**

c) $L = (R+r)\,\tau = 60\times 10^{-3}$ H = 60 mH. **(1/2 pt)**

4) $E_{max} = \frac{1}{2}L\, I_0^2 = \frac{1}{2}\, 60\times 10^{-3}\times 0{,}04 = 1{,}2\times 10^{-3}$ J. **(1/2 pt)**

5) $i = I_0\,(1 - e^{-t/\tau})$; $E = \frac{1}{2}L\, i^2 = \frac{1}{2}L\, I_0^2\,(1 - e^{-t/\tau})^2$

$\frac{E}{E_{max}} = \frac{0{,}5LI_0^2(1-e^{-t/\tau})^2}{0{,}5LI_0^2} \geq 0{,}903 \Rightarrow (1 - e^{-t/\tau}) \geq \sqrt{0{,}903}$

$\Rightarrow e^{-t/\tau} \leq 1 - \sqrt{0{,}903} = 0{,}05 \Rightarrow \frac{-t}{\tau} \leq Ln\,(0{,}05)$

$\Rightarrow t \geq 3$ ms . La durée minimale de fermeture de l'interrupteur est 3 ms. **(1 1/4pt)**

Troisième exercice : (7 pts)

A - 1) À la fin de la charge i = 0 $\Rightarrow u_C = E - Ri = E = U_0 = 10$ V **(1/2 pt)**

2) $W = \frac{1}{2} C(E)^2 = 5\times10^{-5}$ J **(1/2pt)**

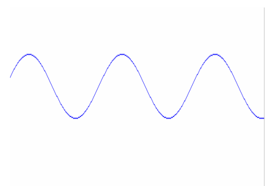
B- I) 1) Figure **(1/4pt)**

2) $u_C = u_{AM} = L\,\frac{di}{dt}$; $i = -\frac{dq}{dt} = -C\frac{du_C}{dt} = -C\,u'_C$; $\frac{di}{dt} = -C\,u''_C \Rightarrow$

$LC\,u''_C + u_C = 0$ **(3/4pt)**

3) $LC\,u''_C + u_C = 0 \Rightarrow u''_C + \frac{1}{LC}u_C = 0 \Rightarrow$ La pulsation propre ω_0 des oscillations est telle que $(\omega_0)^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow$ la période propre est $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$ **(3/4 pt)**

4) (1/4 pt)



5) Les oscillations sont libres non amorties **(1/4 pt)**

II- 1) Les oscillations sont libres amorties **(1/4 pt)**

2) a) T = 2 ms **(1/4pt)**

b) $\frac{8,2}{10} = \frac{6,7}{8,2} = \frac{5,5}{6,7} = 0,82$ = **cte** = a **(1/2 pt)**

3) a) Si u_C est max. $\Rightarrow i = -C\frac{du_C}{dt} = 0 \Rightarrow$ l'énergie magnétique de la bobine $E_{magn} = \frac{1}{2} Li^2$ est nulle. L'énergie est emmagasinée sous forme électrique dans le condensateur. $[E_{él} = \frac{1}{2} C(u_C)^2]$. **(3/4pt)**

b) $\frac{E_{(n+1)}}{E_n} = \frac{0,5C(u_{Cmax(n+1)})^2}{0,5C(u_{Cmax(n)})^2} = a^2$ **(3/4 pt)**

c) $\frac{E_{(n+1)}}{E_n} = e^{-\frac{r}{L}T} = a^2 \Rightarrow -\frac{rT}{L} = 2\ln a \Rightarrow \frac{r}{L} = \frac{-2\ln a}{T} = -2\,\frac{\ln 0,82}{0,002} = 198,45$

$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{4\pi^2}{T_o^2} - \frac{1}{4}\left(\frac{r}{L}\right)^2$ avec $T_0^2 = 4\pi^2 LC = 4\pi^2\times10^{-6}L$, on trouve :

L = 0,1 H et r = 20 Ω. **(1 1/4pt)**

<u>Quatrième exercice</u> : (6 ½ pts)

A- **1)** a) $({}^{230}_{Z}Th) \longrightarrow \left({}^{A}_{88}Ra\right) + {}^{4}_{2}He$

$230 = A + 4 \Rightarrow A = 226; \quad Z = 88 + 2 = 90.$ **(3/4 pt)**

b) $\Delta m = m({}^{230}_{Z}Th) - m\left({}^{A}_{88}Ra\right) - m({}^{4}_{2}He) = 5{,}1.10^{-3}$ u $= 4{,}75$ MeV/c^2

$E = \Delta m.c^2 = 4{,}75$ MeV. **(1 pt)**

2) L'énergie libérée est communiquée à la particule α sous forme d'énergie cinétique et aux rayonnements γ sous forme d'énergie électromagnétique : $E = E_C + E(\gamma)$.
Dans le cas où $E(\gamma) = 0$, on obtient $E = E_C = E_{C1} = 4{,}75$ MeV. **(1/2 pt)**

3) a) $E(\gamma) = \frac{hc}{\lambda} = 3{,}315 \times 10^{-14}$ J $= 0{,}21$ MeV **(1/2 pt)**

b) $E_{C2}({}^{4}_{2}He) = 4{,}75 - 0{,}21 = 4{,}54$ MeV. **(1/2 pt)**

4) a) Soit x le nombre de désintégrations/s de chaque type. On a alors : $xE_{c1} + xE_{c2} = W$; or
$A_0 = 2x = 7{,}2 \times 10^8$ Bq. $\Rightarrow \frac{A_0}{2}(E_{c1} + E_{c2}) = W \Rightarrow W = 5{,}35 \times 10^{-4}$ j. **(1 1/4 pt)**

b) $n_0 = \frac{m}{M}N = \frac{6{,}02 \times 10^{23}}{230} = 2{,}62 \times 10^{21}$ noyaux ; $\lambda = \frac{A_0}{n_0} = 2{,}75 \times 10^{-13}$ s^{-1} $= 86724 \times 10^{-10}$an^{-1}. **(1 pt)**

B- $A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln 0{,}12 = -\lambda t \Rightarrow t = 244484$ années. **(1 pt)**